

Matematyka

## Klucz do matematyki

# Program nauczania

klasy 4–8  
szkoła podstawowa

Marcin Braun • Agnieszka Mańkowska  
Małgorzata Paszyńska



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2026

## Spis treści

|                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Ogólna charakterystyka programu nauczania <i>Klucz do matematyki</i> ..... | 3  |
| 2. Cele kształcenia i wychowania .....                                        | 8  |
| 3. Materiał nauczania wraz z odniesieniami do podstawy programowej .....      | 13 |
| 4. Procedury osiągania celów edukacyjnych .....                               | 22 |
| 5. Zakładane osiągnięcia uczniów. Kontrola, ocena i pomiar osiągnięć.....     | 25 |
| 6. Edukacja włączająca .....                                                  | 27 |

# 1. Ogólna charakterystyka programu nauczania

## *Klucz do matematyki*

Program nauczania *Klucz do matematyki* jest zgodny z *Podstawą programową kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej* z dnia 11 marca 2026 r.

Jest przeznaczony do nauczania matematyki w klasach 4–8 szkoły podstawowej. Zgodnie z podziałem przyjętym w podstawie programowej niektóre części niniejszego programu przedstawiamy osobno dla klas 4–6, a osobno dla klas 7–8. Podkreślamy jednak, że **program opiera się na spójnej koncepcji nauczania na całym II etapie edukacyjnym (klasy 4–8)**. Program ten będzie wdrażany od klasy 4 w roku szkolnym 2026/2027, a następnie w kolejnych klasach.

W tym rozdziale chcemy zwrócić uwagę na **szczególne cechy programu**.

### **Nauczanie dostosowane do możliwości ucznia**

Podstawowym założeniem dydaktycznym tego programu jest stworzenie każdemu uczniowi możliwości pracy na poziomie odpowiednim do jego umiejętności. W dalszej części programu wskazujemy konkretne metody prowadzące do osiągnięcia tego założenia.

### **Wykorzystanie metod aktywizujących**

Metody aktywizujące nie są tylko urozmaicheniem pracy na lekcji. Pozwalają one często na lepsze i głębsze zrozumienie wprowadzanych pojęć, ponieważ angażują wszystkie zmysły ucznia. Jednocześnie bywają szybsze i efektywniejsze niż metody tradycyjne.

Metody te sprzyjają także wzmacnianiu kompetencji fundamentalnych i przekrojowych, w tym umiejętności komunikacyjnych i współpracy, które należą do kompetencji społecznych opisanych w *Profilu absolwenta i absolwentki*. Czas poświęcony na tego rodzaju ćwiczenia przynosi wymierne efekty w dalszej pracy, ponieważ uczniowie mają mniej problemów przy rozwiązywaniu typowych zadań matematycznych.

Dlatego **proponujemy rozpoczynanie nowego tematu od ćwiczeń aktywizujących**, które pozwalają przybliżyć pojęcia i twierdzenia wprowadzane na danej lekcji lub przypomnieć wcześniej nabyte umiejętności potrzebne do jej realizacji. Piszemy o tym dokładniej w rozdziale *Procedury osiągania celów edukacyjnych*.

**Stosowanie metod aktywizujących proponujemy również podczas ćwiczenia umiejętności matematycznych** (np. rachunków). Takie podejście pozwala uczniom na znacznie większe zaangażowanie w pracę. **Do metod aktywizujących możemy zaliczyć także rozpoczynanie pracy od materiału graficznego**, który ma zaciekawić i zainspirować uczniów, zachęcić ich do stawiania pytań i szukania na nie odpowiedzi.

## Nacisk na zadania wychowawcze matematyki oraz kształcenie kompetencji społecznych i osobistych

Niezależnie od roli matematyki w różnych dziedzinach wiedzy i w życiu codziennym nauczanie tego przedmiotu ma także ważną rolę wychowawczą.

Wspomnieliśmy już powyżej o kształceniu kompetencji społecznych: umiejętności komunikacyjnych i współpracy.

Nauczanie matematyki służy także rozwijaniu kompetencji osobistych, w szczególności zarządzania sobą. Jednym z narzędzi do realizacji tego celu są zadania wielopoziomowe (zob. *Procedury osiągnięcia celów edukacyjnych*), w których uczeń samodzielnie decyduje o tempie opanowywania danej umiejętności matematycznej.

Matematyka pozwala także kształtować wytrwałość, co wymaga jednak spełnienia ważnego warunku: zmiany podejścia uczniów do błędów.

Duży nacisk kładzie na to również podstawa programowa:

*Poważną przeszkodą w rozwijaniu umiejętności matematycznych jest u ucznia lęk przed matematyką – stan, którego zarówno przyczyną, jak i skutkiem bywa brak poczucia sukcesu. Pokonaniu tego lęku służą m.in. rozmaite metody pracy z błędem pozwalające zmienić destrukcyjne przekonanie „błąd to porażka” na zasadę „błąd to okazja do zrozumienia i rozwoju”. Przełamaniu lęku przed matematyką służą też: modelowanie pojęć na konkretnych obiektach i przykładach ze świata otaczającego ucznia, budowanie umiejętności opisywania przez ucznia jego sposobu myślenia oraz zachęcanie do przedstawiania własnego sposobu rozwiązania problemu.*

Niniejszy program nauczania pozwala zastosować się do wszystkich tych wskazówek:

- w lekcjach poświęconych zasadom uczenia się matematyki wyjaśniamy *explicite*, jak uczyć się na błędach,
- zwracamy uwagę na sprawdzanie wyników działań przez szacowanie i działania odwrotne, co pozwala wykryć wiele pomyłek, a w konsekwencji – poprawić je,
- wprowadzamy pojęcia na konkretach (np. przedmioty dzielone na równe części podczas nauki ułamków, modele podczas nauki własności brył),
- zachęcamy do rozwiązywania zadań różnymi metodami, także własnymi,
- po każdej lekcji zachęcamy ucznia do refleksji nad jej treściami (np. „Który z poznanych sposobów odejmowania podoba Ci się najbardziej? Dlaczego?”).

## Kształcenie sprawczości

Według podstawy programowej:

*Sprawczość to podejmowanie autonomicznych działań mających pozytywny wpływ na osobę, która je podejmuje, i inne osoby (otoczenie) oraz branie za te działania odpowiedzialności. Sprawczość jest warunkiem przejścia od zdolności do faktycznej aktywności przez autonomiczne formułowanie celów i podejmowanie działań konstruktywnie wpływających na jednostkę i jej otoczenie. Sprawczość obejmuje także aktywność ucznia w procesie uczenia się.*

Matematyka daje możliwość kształcenia sprawczości. W tej dziedzinie uczeń może samodzielnie wymyślić własną metodę rozwiązania zadania i sprawdzić poprawność swojego rozumowania. Wielu uczniów nie ma jednak tej świadomości, ponieważ na lekcjach koncentruje się na tym, aby opanować „jedyne słuszne” algorytmy rozwiązywania zadań.

W programie *Klucz do matematyki* proponujemy lekcje o uczeniu się matematyki i metodach rozwiązywania zadań. Podczas tych lekcji zwracamy uwagę na to, jak wiele w nauce matematyki zależy od ucznia. Temu samemu celowi służą także lekcje poświęcone działaniom pamięciowym, w których uczeń może swobodnie wybierać sposób obliczeń spośród kilku podanych, a nawet opracować własny.

We wzmacnianiu sprawczości pomocne mogą być także zadania wielopoziomowe opisane poniżej.

### **Powracanie do zagadnień omawianych wcześniej**

Zgodnie z podstawą programową:

*Nauczanie matematyki opiera się na zasadzie spiralności, co oznacza, że nowe treści są wprowadzane w sposób stopniowy, z wykorzystaniem wcześniej opanowanych pojęć, własności i umiejętności. Uczniowie wielokrotnie powracają do znanych zagadnień, za każdym razem poszerzając kontekst, osiągając wyższy poziom ogólności, większą precyzję językową oraz głębsze rozumienie, wzbogacone o nowe powiązania między treściami matematycznymi.*

Powszechną praktyką jest powracanie do tych samych działów programowych, zwłaszcza w klasach 4–6, i to podejście stosujemy także w naszym programie nauczania. Proponujemy jednak, aby zgodnie z wynikami badań psychologii poznawczej przy powtórzeniu materiał był zorganizowany inaczej niż przy nauce za pierwszym razem. Dlatego w klasie 6 arytmetyka nie jest podzielona według rodzajów liczb (naturalne, ułamki zwykłe, ułamki dziesiętne itd.), lecz według działań.

Inne sposoby przeciwdziałania zapominaniu opanowanego wcześniej materiału to jego łączenie z materiałem bieżącym, a także rozwiązywanie zadań z wcześniejszych działów.

### **Podkreślanie roli matematyki w życiu codziennym i różnych dziedzinach wiedzy**

Ucząc matematyki na poziomie szkoły podstawowej, pokazujemy zastosowania nabywanych umiejętności zarówno w innych przedmiotach matematyczno-przyrodniczych, jak i w życiu codziennym, a także w dziedzinach humanistycznych.

W klasach 4–6 przykłady takiego podejścia mogą stanowić:

- obliczenia dotyczące danych geograficznych, np. liczby ludności państw i miejscowości, wielkości miast, odległości między miejscowościami,
- obliczenia związane z przyrodą ożywioną, np. liczebnością organizmów (w szczególności liczebnością gatunków zagrożonych), rozmiarami i masami organizmów,
- obliczenia związane z datami wydarzeń historycznych (długości przedziałów czasu pomiędzy wydarzeniami, podział lat na stulecia itp.),
- obliczenia związane z urządzeniami technicznymi,
- obliczenia dotyczące codziennego otoczenia ucznia (np. rozmiary i masa przedmiotów codziennego użytku, powierzchnia mieszkań i gruntów, obliczenia związane z cenami i kwotami pieniędzy),
- opisywanie własności figur geometrycznych znajdujących się w otoczeniu ucznia (w dziełach człowieka oraz przyrodzie ożywionej i nieożywionej),
- zastosowania pojęcia skali podczas czytania i sporządzania map i planów.

Przy wprowadzaniu nowych pojęć matematycznych szukamy ich modeli w otoczeniu. Dotyczy to zarówno pojęć geometrycznych (figury geometryczne, miary), jak i arytmetycznych (np. sposoby prowadzenia obliczeń). Pozwala to uczniowi wykorzystywać umiejętności matematyczne także w życiu codziennym.

W klasach 7–8 niektóre z przykładów wymienionych wyżej również się pojawiają, jednak nowe umiejętności matematyczne uczniów pozwalają również na:

- stosowanie notacji wykładniczej do obliczeń związanych z fizyką, chemią i biologią; wykorzystywanie ich do wyrabiania intuicji dotyczących rozmiarów i mas w przyrodzie ożywionej i nieożywionej,
- odróżnianie obliczeń dokładnych od przybliżonych; ocenę, z jaką dokładnością można podawać wynik, aby miał sens w kontekście zadania,
- wykorzystanie wiedzy i umiejętności dotyczących procentów do obliczeń występujących w życiu codziennym (jednokrotne lub dwukrotne zmiany cen, odsetki bankowe i podatek od odsetek, ceny netto i brutto oraz podatek VAT),
- odwołanie do zastosowania arkuszy kalkulacyjnych w nauce podstaw algebry („formuły” w arkuszu to przecież wyrażenia algebraiczne, w których zmienne stanowią zawartość komórek).

Jak pokazują powyższe przykłady, ważnym elementem matematyki szkolnej jest moduł finansowy. Jego obecność ma podwójny cel: z jednej strony daje okazję do rozwiązywania zadań z praktyczną treścią i pomaga uczniom zauważyć korzyści z uczenia się matematyki, z drugiej zaś – zwiększa wiedzę uczniów na temat zagadnień ekonomicznych, z którymi spotkają się w dorosłym życiu.

Zarówno na poziomie klas 4–6, jak i 7–8 wiele zadań powinno odnosić się do ochrony środowiska i klimatu. Uczniowie zwracają większą uwagę na dane dotyczące np. produkcji i wykorzystania energii, emisji CO<sub>2</sub> czy wykorzystania przestrzeni miejskiej, gdy przetwarzają je podczas rozwiązywania zadań, a nie tylko zapoznają się z nimi biernie. Takie okazje pojawiają się przy wielu zagadnieniach matematycznych. Na przykład podczas przeliczania jednostek długości można obliczyć, jaką długość pasa ruchu zajęłyby samochody osobowe przewożące pasażerów jednego autobusu.

### **Sięganie do treści z innych przedmiotów**

Ćwicząc umiejętności matematyczne, sięgamy do treści z innych przedmiotów, w tym do zagadnień wskazanych wyżej. Takie podejście poszerza wiedzę uczniów, a jednocześnie pokazuje integralny charakter wiedzy.

### **Nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie**

Nazwy „obliczenia pamięciowe” używamy tu na określenie obliczeń opisywanych w podstawie programowej jako obliczenia w pamięci lub z zapisem obliczeń pośrednich. Zalicza się do nich dodawanie:

$$248 + 57 = 250 + 55 = 300 + 5 = 305$$

zapisane w tej właśnie postaci w zeszycie. Nie jest ono dosłownie „wykonane w pamięci”, istotne jest jednak, że nie posługujemy się tutaj algorytmem działań pisemnych.

Rachunki pamięciowe kształcą zdolność rozumowania matematycznego, pozwalając dobierać metodę postępowania odpowiednio do sytuacji. Obliczenia przybliżone i szacowanie pozwalają także wyćwiczyć intuicję związaną z liczbami, co z kolei pomaga rozumieć znaczenie danych liczbowych z różnych dziedzin. Umożliwiają również kontrolę poprawności wyników podczas wykonywania dokładnych obliczeń.

W klasach 4–6 umiejętności obliczeniowe mogą być rozwijane z wykorzystaniem różnych form zapisu obliczeń pośrednich. Uczeń może znać tradycyjny algorytm działań pisemnych (w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej nie pojawia się sformułowanie „algorytmy działań pisemnych”), ale ważniejsze jest to, aby rozumiał wykonywane działania, potrafił dobrać wygodną metodę wykonania obliczeń i umiał skontrolować wynik.

Nasz program obejmuje także działania pisemne, jednak nie kładziemy na nie dużego nacisku.

W życiu codziennym uczniowie do bardziej skomplikowanych obliczeń będą używać kalkulatora.

**Ważne jest jednak, aby najpierw zastanawiali się, czy jego użycie jest rzeczywiście potrzebne.**

Równie **ważny jest nawyk szacowania wyniku przed wykonaniem dokładnych obliczeń** (zarówno pisemnych, jak i na kalkulatorze). Pozwala on kontrolować poprawność wyników i uniknąć oczywistych błędów. Rozwijanie umiejętności szacowania rozpoczynamy od działań na liczbach naturalnych w klasie 4 i prowadzimy aż do obliczeń z procentami i pierwiastkami w klasach 7 i 8.

**Kształcenie nawyku kontrolowania swojej pracy ma przy tym znaczenie nie tylko dydaktyczne, lecz także wychowawcze, można go bowiem przenosić na inne aktywności.**

### **Poglądowe i intuicyjne podejście do geometrii (klasy 4–6)**

Ucząc geometrii, skupiamy się początkowo na kształceniu umiejętności dostrzegania figur geometrycznych w otoczeniu, wykonywaniu rysunków (odręcznie i za pomocą przyrządów), mierzeniu i szacowaniu wielkości. Dopiero potem przechodzimy do wykonywania bardziej formalnych obliczeń i korzystania ze wzorów.

Uważamy, że **ćwiczenia w mierzeniu pomagają uczniowi zrozumieć pojęcia długości, pola i objętości dużo lepiej** niż abstrakcyjne obliczenia. Jak wynika z doświadczeń nauczycieli, wielu uczniów nie próbuje sobie nawet wyobrazić treści geometrycznej zadania, ale mechanicznie stosuje sposoby algebraiczne. Prowadzi to do licznych błędów, ponieważ wzory algebraiczne, które nie kojarzą się z treścią geometryczną, łatwo zapomnieć lub pomylić.

Nasze podejście znajduje odzwierciedlenie w układzie materiału z geometrii, który opiera się raczej na zasadzie stopniowania trudności, a nie na ujęciu w jednym dziale programowym zagadnień związanych z jedną figurą geometryczną. To podejście jest szczególnie ważne w geometrii przestrzennej, która stanowi dla uczniów wyjątkowo trudny dział matematyki.

### **Geometria w klasach 7–8**

W klasach 7–8 w geometrii pojawiają się nowe tematy: twierdzenie Pitagorasa i związane z nim własności trójkątów, długość okręgu i pole koła, a także nowe zagadnienia z geometrii przestrzennej. W tej części materiału stosujemy założenia opisane wyżej dla klas 4–6. **Na ile to możliwe, rozpoczynamy naukę od konkretnych ćwiczeń czynnościowych**, a w zadaniach dużo uwagi poświęcamy zastosowaniom praktycznym.

Inny charakter mają tematy, w których powraca się do wcześniej utrwalonego materiału. W tym wypadku **pogłębiany znajomość własności figur oraz wykorzystujemy ją do nauki rozumowania matematycznego**. Podobnie jest z przystawianiem trójkątów: choć sama nazwa jest nowa, to z figurami przystającymi (czyli po prostu identycznymi) uczniowie spotykali się wielokrotnie. Wykształconą już intuicję możemy teraz wykorzystać przy kształtowaniu umiejętności rozumowania.

Z tego właśnie powodu tematy związane z kątami i przystawianiem znalazły się **w klasie 8. Uczniowie są już starsi i więcej z nich jest w stanie prowadzić ściśle rozumowanie.**

## 2. Cele kształcenia i wychowania

### Cele kształcenia

Nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym służy wielu celom, które zostały podzielone na kilka grup. Wiele z tych celów dotyczy nauczania matematyki na każdym etapie kształcenia, choć sposób ich realizacji zależy od wieku uczniów.

Poniżej liczbami arabskimi oznaczono cele kształcenia określone w podstawie programowej (są to dokładne cytaty), natomiast zapisy rozpoczynające się od myślników pokazują, w jaki sposób cele te są realizowane w programie *Klucz do matematyki*.

#### Klasy 4–6

**1. Korzystanie z narzędzi matematycznych – rozumienie i używanie pojęć oraz własności matematycznych także w nowej sytuacji, dostrzeganie związków między własnościami oraz różnic i podobieństw między obiektami matematycznymi.**

- Wykształcenie intuicji związanej z dużymi liczbami, a także z jednostkami masy i kwotami pieniędzy.
- Zapoznanie uczniów z pojęciami geometrii płaskiej i przestrzennej.
- Rozwijanie rozumienia pojęć matematycznych potrzebnych do dalszej nauki matematyki i innych przedmiotów.
- Wykształcenie sprawności w posługiwaniu się jednostkami długości, pola i objętości.
- Wykształcenie umiejętności szacowania i obliczania miar figur.

**2. Wykonywanie obliczeń w pamięci lub z zastosowaniem różnych form zapisu; stosowanie w obliczeniach nie tylko wyuczonych procedur, ale także własnych strategii obliczeń; analizowanie błędów i rozumienie przyczyn ich powstania.**

- Wykształcenie sprawności w rachunkach pamięciowych w zakresie liczb wymiernych.
- Wykształcenie sprawności w szacowaniu i obliczeniach przybliżonych.
- Wykształcenie sprawności w wykonywaniu obliczeń związanych z czasem.
- Wykształcenie umiejętności stosowania algorytmów działań pisemnych – tam, gdzie jest to uzasadnione.
- Wykształcenie umiejętności stosowania algorytmów działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń różnymi metodami i wyboru odpowiedniej metody do danego zagadnienia.
- Wykształcenie umiejętności wyboru właściwego sposobu obliczeń i wykonywania ich z dokładnością odpowiednią do zagadnienia.
- Wykształcenie sprawności w posługiwaniu się kalkulatorem.

**3. Odczytywanie i krytyczne interpretowanie podanych informacji oraz przetwarzanie formy ich prezentacji w celu ułatwienia interpretacji danych.**

- Wykształcenie umiejętności odczytywania danych liczbowych przedstawionych w różny sposób (tekst, tabela, diagram, rysunek) oraz prezentowania danych (w prostych wypadkach).
- Wykształcenie umiejętności czytania i tworzenia różnego rodzaju tekstów z wykorzystaniem danych liczbowych i rysunków oraz rozwiązywania problemów na podstawie takich tekstów.

**4. Dostrzeganie matematyki w zagadnieniach z różnych dziedzin i budowanie przekonania o własnej skuteczności w stosowaniu metod matematycznych, formułowanie opisu matematycznego prostych sytuacji, w szczególności w życiu codziennym.**

- Wykształcenie umiejętności dostrzegania zależności matematycznych w otaczającym świecie.
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć matematycznych w życiu codziennym.
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczby, długości, pola i objętości w sytuacjach z życia codziennego.
- Wykształcenie umiejętności dostrzegania figur i brył w otaczającym świecie.
- Rozwinięcie sprawności manualnej w wykonywaniu modeli, sporządzaniu rysunków (także figur przestrzennych) odręcznie i za pomocą odpowiednich przyrządów.

**5. Rozwiązywanie problemów matematycznych samodzielnie i we współpracy z innymi, poszukiwanie rozwiązań wykraczających poza zwykłe zastosowania znanych schematów.**

- Wykształcenie umiejętności wyboru modelu matematycznego stosownie do sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych.
- Wykształcenie nawyku kontrolowania swojej pracy i krytycznej refleksji nad uzyskanymi wynikami.

**6. Kształtowanie potrzeby uzasadniania faktów matematycznych, formułowanie zrozumiałych argumentów uzasadniających poprawność prostych rozumowań, weryfikowanie argumentów podawanych przez innych.**

- Wykształcenie umiejętności logicznego uzasadniania swoich sądów.
- Wykształcenie nawyku uzasadniania swoich sądów.
- Kształcenie umiejętności szukania przykładów i kontrprzykładów.

**Klasy 7–8**

**1. Korzystanie z narzędzi matematycznych – rozumienie i używanie pojęć oraz własności matematycznych także w nowej sytuacji, dostrzeganie związków między własnościami oraz różnic i podobieństw między obiektami matematycznymi.**

- Wykształcenie intuicji związanej z bardzo dużymi i bardzo małymi liczbami, także zapisanymi w notacji wykładniczej.
- Rozumienie znaczenia wyrażenia algebraicznego.
- Zrozumienie konwencji algebraicznych, w szczególności opuszczania znaku mnożenia, znaczenia znaku minus przed symbolem zmiennej, rozróżniania sensu znaku równości w działaniu arytmetycznym, w tożsamości (przekształceniach wyrażeń) i w równaniach.
- Wykształcenie sprawności w przekształceniach wyrażeń algebraicznych i rozwiązywaniu równań.
- Przedstawienie nowych pojęć geometrii płaskiej i przestrzennej.
- Wykształcenie intuicji związanej z geometrią punktów kratowych i jej zastosowanie do rozwiązywania problemów w układzie współrzędnych.
- Wykształcenie rozumienia pojęć matematycznych potrzebnych do dalszej nauki matematyki i innych przedmiotów.

**2. Wykonywanie obliczeń arytmetycznych i algebraicznych, dążenie do optymalnego sposobu rachowania, używanie kalkulatora lub aplikacji obliczeniowych, gdy jest to uzasadnione złożonością rachunku lub celem zadania.**

- Wykształcenie sprawności w obliczeniach związanych z procentami.
- Wykształcenie sprawności w obliczeniach dotyczących potęg i pierwiastków.

- Wykształcenie sprawności w szacowaniu i obliczeniach przybliżonych dotyczących wymienionych wyżej zagadnień.
- Doskonalenie sprawności w rachunkach na liczbach wymiernych i wyrażeniach z pierwiastkami.
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń różnymi metodami i wyboru odpowiedniej metody do danego zagadnienia.
- Wykształcenie umiejętności szacowania i obliczania miar figur.
- Wykształcenie umiejętności wyboru właściwego sposobu obliczeń i wykonywania ich z dokładnością odpowiednią do zagadnienia.

### **3. Wyciąganie wniosków z informacji podanych za pomocą tekstu, tabel, diagramów, wykresów itp., używanie pojęć, narzędzi i argumentów matematycznych do krytycznego interpretowania danych, w tym do rozpoznawania nieuprawnionych wniosków.**

- Wykształcenie umiejętności odczytywania danych liczbowych przedstawionych w różny sposób (tekst słowny, tabela, diagram, rysunek) oraz prezentowania danych (w prostych wypadkach).

### **4. Stosowanie adekwatnych narzędzi matematycznych do opisu, analizy i rozwiązywania problemów z różnych dziedzin, w tym z życia codziennego.**

- Dostrzeganie figur i brył w otaczającym świecie.
- Rozwijanie wyobraźni przestrzennej.
- Wykształcenie umiejętności dostrzegania zależności matematycznych w otaczającym świecie.
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć matematycznych w życiu codziennym.
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczby, długości, pola i objętości w sytuacjach z życia codziennego.

### **5. Budowanie kilkietapowych strategii rozwiązania problemu matematycznego, dostrzeganie poprawnych rozwiązań problemu, analizowanie rozwiązania w celu sprawdzenia jego poprawności lub uproszczenia sposobu rozumowania.**

- Wykształcenie umiejętności budowy odpowiedniego modelu matematycznego do zadania tekstowego.
- Wykorzystywanie poznanych umiejętności geometrycznych i algebraicznych do rozwiązywania złożonych zadań o treści geometrycznej.
- Wykształcenie umiejętności wyboru modelu matematycznego stosownie do sytuacji.

### **6. Prowadzenie rozumowań i uzasadnianie ich poprawności, formułowanie wniosków wynikających z przesłanek, dobieranie argumentów przez podawanie przykładów i kontrprzykładów, weryfikowanie rozumowań podanych przez innych.**

- Przedstawienie roli uzasadnienia w matematyce.
- Wykształcenie umiejętności logicznego uzasadniania swoich sądów.
- Wykształcenie przekonania, że dla wykazania fałszywości zdania wystarczy jeden kontrprzykład, ale dla udowodnienia jego prawdziwości nie wystarczy sprawdzenie nawet dużej liczby przykładów.
- Przedstawienie prostych dowodów geometrycznych.
- Wykształcenie umiejętności budowania własnych prostych dowodów dotyczących elementarnej geometrii.
- Wykształcenie nawyku kontrolowania swoich działań i krytycznej refleksji nad uzyskanymi wynikami.
- Wykształcenie umiejętności odróżniania sądów uzasadnionych od nieuzasadnionych.
- Wykształcenie umiejętności czytania i tworzenia różnego rodzaju tekstów z wykorzystaniem danych liczbowych i rysunków oraz rozwiązywania problemów na podstawie takich tekstów.

## Cele wychowawcze

Każdy nauczyciel, niezależnie od pełnionej funkcji wychowawcy określonej klasy, wychowuje wszystkich swoich uczniów. Zależnie od różnych okoliczności podejmuje różnorodne działania wychowawcze. Jednak specyfika matematyki jako przedmiotu nauczania pozwala w szczególny sposób podkreślać i realizować niektóre cele wychowawcze.

### Zainteresowanie przedmiotem

Zainteresowanie uczniów matematyką jest celem podstawowym, umożliwiającym realizację pozostałych celów dydaktycznych i wychowawczych. Realizacji tego celu służy zarówno różnorodność form i metod pracy, jak i zróżnicowana tematyka zadań.

Proponowane przez nas w „Procedurach osiągania celów edukacyjnych” metody pracy (np. zadania wielopoziomowe, czynnościowe wprowadzanie tematów) będą sprzyjać realizacji tego celu.

Zadania matematyczne pozwalają wykorzystywać przeróżne tematy. Można sięgać do zagadnień interesujących wielu uczniów, np. sport czy rozrywka. Warto również rozbudzać zainteresowania uczniów innymi przedmiotami, sięgając do treści przyrodniczych, historycznych itd.

### Rozwijanie myślenia i aktywności intelektualnej

Kształcenie matematyczne zawsze w pewnej mierze obejmuje kształcenie sprawności rachunkowej, polegającej często na sprawnym korzystaniu z algorytmów. Nie można jednak zapominać o rozwijaniu myślenia. Umiejętność wyboru metody najbardziej odpowiedniej do danego celu czy nawet opracowania własnej metody rozwiązania nietypowego problemu potrzebne będą nie tylko na lekcjach matematyki i nie tylko w szkole.

Czasem uważa się, że kształcenie myślenia jest możliwe tylko u części uczniów, pozostali zaś powinni poprzestać na posługiwaniu się algorytmami. Jednak także uczeń, który napotyka trudności w nauce, może samodzielnie rozwiązywać problemy matematyczne, choć oczywiście dostosowane do jego możliwości.

Sądzymy, że nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie, będący wyróżnikiem naszego programu, sprzyja temu celowi. **Obliczenia pamięciowe za każdym razem wymuszają wybór najwygodniejszej metody.** Inaczej obliczymy w pamięci różnicę:  $206 - 105$ , a zupełnie inaczej:  $206 - 199$ .

Przy zastosowaniu odpowiedniej metody to drugie działanie nie jest wcale trudniejsze od pierwszego, choć gdyby zastosować do niego algorytm działania pisemnego – byłoby bardzo trudne.

### Kształcenie systematyczności w pracy

Choć każdy przedmiot nauczania stanowi pewną całość logicznie powiązanych tematów, **w matematyce szczególnie ważna jest także kolejność ich poznawania.** O ile na przykład w nauce historii można doskonale orientować się w przebiegu II wojny światowej, nie znając historii średniowiecza, o tyle **w matematyce umiejętności nabywane w klasach młodszych potrzebne są do nauki w klasach starszych, a te następnie do dalszej nauki.** Kto nie opanuje czterech działań arytmetycznych w zakresie liczb naturalnych, nie poradzi sobie z działaniami na ułamkach, później zaś – w szkole ponadpodstawowej – nie będzie mógł posługiwać się funkcjami wymiernymi.

Nauczyciel matematyki jest świadomy tych zależności, natomiast u uczniów powinniśmy tę świadomość starannie rozwijać. To ważne, by uczniowie wiedzieli, że im lepiej pracują dziś, tym łatwiej będzie im pracować jutro. Wszelkie braki w wiadomościach prędzej czy później będą musieli nadrobić, a im później, tym więcej wysiłku będą musieli prawdopodobnie w to włożyć.

## **Wyrabianie nawyku kontrolowania swoich działań**

W nauce matematyki i w aktywności matematycznej kontrolowanie własnej pracy jest możliwe w większym stopniu niż w wielu innych przedmiotach. Powszechnie stosowane w nauczaniu matematyki wykonywanie sprawdzeń przez działania odwrotne (np. sprawdzanie odejmowania przez dodawanie) i sprawdzanie rozwiązania równania przez podstawienie wyniku do jego lewej i prawej strony są tutaj ważnymi przykładami. Drugą ważną metodą, specyficzną dla naszego programu, jest nacisk na kontrolę poprawności wyniku poprzez jego wcześniejsze oszacowanie.

Intuicyjne i czynnościowe wprowadzanie pojęć geometrycznych, charakterystyczne dla naszego podejścia, także sprzyja kontrolowaniu własnej pracy. Uczeń, który po wykonaniu ćwiczeń z przelewaniem wody wie, że  $500\text{ cm}^3$  to zaledwie dwie szklanki, nie odpowie, że taka jest pojemność cysterny, nawet jeśli taki wynik otrzymał z (błędnych) rachunków.

Kładziemy również nacisk na sprawdzanie zgodności otrzymanych rozwiązań z odpowiedziami na końcu podręcznika, co ma w uczniach wykształcić odpowiedzialność za wyniki własnej pracy.

Błędy popełnione przez uczniów należy traktować wyłącznie jako okazję do nauki. Dzieje się tak w sytuacji, gdy nie tylko poprawiamy błąd i podajemy właściwy wynik, ale przede wszystkim zastanawiamy się nad przyczyną otrzymania błędnej odpowiedzi.

## **Powierzanie uczniom coraz większej odpowiedzialności za efekty własnej nauki**

Program może wspierać nauczyciela w realizacji tego celu, m.in. przez zadania wielopoziomowe (opisane dokładniej w rozdziale „Procedury osiągnięcia celów edukacyjnych”). Pozwalają one każdemu uczniowi pracować na poziomie odpowiednim do swoich umiejętności, a przy tym zapobiegają sytuacji, w której uczeń poprzestaje na wykonaniu kilku łatwych ćwiczeń.

## **Kształcenie samodzielności**

Te same zadania służą jednocześnie innemu celowi: kształceniu samodzielności. Jednak samodzielność na lekcjach matematyki kształcimy zawsze, gdy zachęcamy uczniów do wyboru metody rozwiązywania zadania czy do samodzielnej kontroli poprawności rozwiązania.

## **Kształcenie staranności w pracy**

Uczniowie kształcą staranność zarówno w wykonywaniu obliczeń, jak i rozmaitych czynności manualnych: sporządzaniu rysunków, modeli brył oraz prostych pomocy dydaktycznych (wycinanie kart do ćwiczeń). Sprzyja to jednocześnie rozumieniu własnej odpowiedzialności – uczeń sam gromadzi materiały, więc widzi, że ich jakość zależy od jego zaangażowania.

## **Wykształcenie przeświadczenia o dużym znaczeniu wiedzy i umiejętności matematycznych w życiu codziennym**

Rozwiązując zadania dotyczące codziennych sytuacji, uczeń dowiaduje się, w jaki sposób wiedza szkolna przyda mu się w życiu codziennym, a nie tylko w szkole.

## **Wykształcenie przeświadczenia o integralnym charakterze wiedzy**

Drugi etap edukacyjny następuje bezpośrednio po edukacji wczesnoszkolnej. Po raz pierwszy w procesie edukacji pojawiają się osobne przedmioty, takie jak matematyka i historia. Nie znaczy to jednak, że powinniśmy dążyć do ich izolacji. Wręcz przeciwnie, powinniśmy zapobiegać powstawaniu w umysłach uczniów podziału na „wiedzę matematyczną”, „wiedzę przyrodniczą” itp. Sprzyja temu rozwiązywanie zadań dotyczących różnych dziedzin wiedzy. Warto, aby takie zadania zawierały czasem dodatkowe pytania wykraczające poza matematykę, np. po obliczeniu długości węży uczeń może zostać poproszony o pokazanie tej długości w klasie, a także zapytany, czy zwierzę to jest gadem, czy ssakiem.

### 3. Materiał nauczania wraz z odniesieniami do podstawy programowej

#### Klasy 4–6

##### Oznaczenia stosowane w poniższej tabeli:

W kolumnie „Punkt podstawy programowej” numery rzymskie (np. I.\_\_) oznaczają odniesienia do działu podstawy programowej dla klas 4–6, natomiast numery arabskie (np. \_\_.1) – do punktów tej podstawy dla danego działu.

W kolumnie „Klasa” znak „+” oznacza, że wymienione wymagania pojawiają się w danej klasie po raz pierwszy (w szczególności wymagane są na końcu danego roku szkolnego). Osiągnięcia z niższych klas są dalej ćwiczone i obowiązują także w klasach wyższych.

| Dział programu nauczania | Wymagania szczegółowe Uczci:                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Punkt podstawy programowej | Klasa |   |   |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------|---|---|
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                            | 4     | 5 | 6 |
| Liczby                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje dziesiętkowy system zapisu liczb naturalnych</li> <li>• porównuje liczby naturalne</li> <li>• zaokrągla liczby naturalne</li> <li>• zaznacza i interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej</li> </ul>                                                                          | I.1                        | +     |   | + |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje i zapisuje liczby naturalne w systemie rzymskim: <ul style="list-style-type: none"> <li>– w zakresie od 1 do 30</li> <li>– w zakresie od 1 do 3000</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                       | I.2                        | +     | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje liczby podzielne: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przez 2, 5, 10</li> <li>– przez 3, 4, 9</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                                                      | I.3                        | +     | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zna pojęcie liczby pierwszej</li> <li>• rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika wskazuje cecha podzielności</li> </ul>                                                                                                    | I.4                        |       | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada liczby jedno- lub dwucyfrowe na czynniki pierwsze</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                     | I.5                        |       | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wspólne dzielniki dwóch liczb jedno- lub dwucyfrowych</li> <li>– wspólne wielokrotności dwóch liczb jedno- lub dwucyfrowych</li> <li>– największy wspólny dzielnik</li> <li>– najmniejszą wspólną wielokrotność</li> </ul> </li> </ul> | I.6                        |       | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się dzielnikami i wielokrotnościami liczb w obliczeniach i rozumowaniach</li> </ul>                                                                                                                                                                                             | I.7                        |       | + |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczebność zbioru liczb z pewnego niewielkiego zakresu, opisanego pewnymi warunkami</li> </ul>                                                                                                                                                                                    | I.8                        | +     |   |   |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |   |   |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|---|---|
| • dodaje i odejmuje liczby naturalne w pamięci lub z zapisem obliczeń pośrednich                                                                                                                                                                                                                                         | I.9  | + |   |   |
| • mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową w pamięci lub z zapisem obliczeń pośrednich                                                                                                                                                                                      | I.10 | + |   |   |
| • interpretuje dzielenie liczb naturalnych jako podział oraz jako mieszczanie                                                                                                                                                                                                                                            | I.11 | + |   |   |
| • wykonuje działania na liczbach naturalnych, stosując wygodne dla siebie strategie ułatwiające obliczenia, w tym własności przemienności i łączności dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia i dzielenia względem dodawania i odejmowania                                                                       | I.12 | + |   |   |
| • wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych<br>• korzysta z własności reszt                                                                                                                                                                                                                                          | I.13 | + | + |   |
| • porównuje:<br>– różnicowo liczby naturalne<br>– ilorazowo liczby naturalne                                                                                                                                                                                                                                             | I.14 | + | + |   |
| • oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych<br>• oblicza potęgi liczb naturalnych o wykładnikach całkowitych dodatnich<br>• wśród liczb dwucyfrowych rozpoznaje kwadraty i sześciany liczb całkowitych                                                                                                              | I.15 | + | + | + |
| • posługuje się liczbami całkowitymi także w sytuacjach wynikających z życia codziennego<br>• porównuje liczby całkowite<br>• wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych<br>• interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej<br>• oblicza odległość między dwiema liczbami całkowitymi na osi liczbowej | I.16 |   | + | + |
| • przedstawia część danej całości za pomocą ułamka<br>• interpretuje ułamek właściwy jako część danej całości                                                                                                                                                                                                            | I.17 | + | + |   |
| • interpretuje ułamek jako iloraz liczb naturalnych                                                                                                                                                                                                                                                                      | I.18 | + |   |   |
| • skraca i rozszerza ułamki zwykłe<br>• sprowadza ułamki do wspólnego mianownika                                                                                                                                                                                                                                         | I.19 | + | + |   |
| • przedstawia:<br>– ułamek niewłaściwy w postaci liczby mieszanej<br>– liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego                                                                                                                                                                                                    | I.20 | + | + |   |
| • zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej<br>• odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej                                                                                                                                                                                             | I.21 | + | + |   |
| • zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych                                                                                                                                                                                                                                                        | I.22 | + |   |   |
| • zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne                                                                                                                                                                                                               | I.23 | + |   |   |
| • zapisuje ułamki zwykłe, których mianowniki nie są dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd., w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego w przypadkach niewymagających skomplikowanych rachunków                                                                                                                      | I.24 |   |   | + |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |   |   |   |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---|---|---|
|       | • zaokrągla ułamki dziesiętne                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | I.25 |   |   | + |
|       | • porównuje ułamki zwykłe i dziesiętne                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | I.26 | + |   |   |
|       | • dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- i dwucyfrowych                                                                                                                                                                                                                                                       | I.27 |   | + |   |
|       | • dodaje, odejmuje i mnoży ułamki dziesiętne w przypadkach, gdy ułamki mają co najwyżej trzy cyfry po przecinku (w pamięci lub z zapisem obliczeń pośrednich)<br>• dzieli ułamki dziesiętne w przypadkach dających się sprowadzić do dzielenia przez liczbę naturalną co najwyżej trzycyfrową (w pamięci lub z zapisem obliczeń pośrednich) | I.28 | + | + |   |
|       | • oblicza potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich ułamków zwykłych i dziesiętnych, także za pomocą kalkulatora                                                                                                                                                                                                                          | I.29 |   | + |   |
|       | • porównuje różnicowo ułamki                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | I.30 | + |   |   |
|       | • oblicza ułamek danej wielkości                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | I.31 |   | + |   |
|       | • wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują liczby wymierne                                                                                                                                                                                                                                                                   | I.32 |   | + |   |
|       | • interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną część danej wielkości                                                                                                                                                                       | I.33 |   |   | + |
|       | • oblicza procent danej wielkości w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym                                                                                                                                                                                                                                                         | I.34 |   |   | + |
|       | • oblicza cenę jednostkową i koszt zakupu kilku sztuk towaru<br>• porównuje opłacalność różnych opcji zakupu, np. rabat, promocja – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b>                                                                                                                                                                      | I.35 | + |   | + |
|       | • stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań                                                                                                                                                                                                                                                                                   | I.36 | + |   |   |
|       | • szacuje wyniki działań                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | I.37 | + |   |   |
|       | • używa kalkulatora w zadaniach, w których obliczenia są złożone, a ich wykonywanie nie jest głównym celem zadania, na przykład w problemach opartych na rzeczywistych danych                                                                                                                                                               | I.38 | + |   |   |
| Miary | • mierzy odcinki z dokładnością do 1 mm<br>• szacuje długości odcinków w sytuacjach praktycznych                                                                                                                                                                                                                                            | II.1 | + | + |   |
|       | • posługuje się jednostkami długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr i kilometr<br>• przelicza jednostki miary z jednej na drugą w sytuacjach praktycznych                                                                                                                                                                             | II.2 | + | + |   |
|       | • mierzy kąty mniejsze niż 180° z dokładnością do 1 stopnia<br>• rysuje dowolne kąty, gdy ich miary są podane w pełnych stopniach                                                                                                                                                                                                           | II.3 |   | + | + |
|       | • stosuje jednostki pola: mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , dm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> , km <sup>2</sup> , ar, hektar                                                                                                                                                                                                               | II.4 | + |   |   |
|       | • stosuje jednostki objętości i pojemności: cm <sup>3</sup> , dm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup> , mililitr, litr                                                                                                                                                                                                                             | II.5 |   | + |   |
|       | • przelicza jednostki pola i jednostki objętości w kontekstach praktycznych                                                                                                                                                                                                                                                                 | II.6 |   | + |   |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |       |   |   |   |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---|---|---|
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje, w tym przelicza, jednostki masy w kontekstach praktycznych: gram, dekagram, kilogram, tona</li> </ul>                                                                                                                                                                                | II.7  |   | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste obliczenia kalendarzowe w dniach, tygodniach, miesiącach, latach</li> </ul>                                                                                                                                                                                                   | II.8  | + |   |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste obliczenia zegarowe w godzinach, minutach i sekundach</li> </ul>                                                                                                                                                                                                              | II.9  | + |   |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyrażenia dwumianowane na ułamki dziesiętne</li> <li>– ułamki dziesiętne na wyrażenia dwumianowane</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                  | II.10 | + |   |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza: <ul style="list-style-type: none"> <li>– rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali</li> <li>– długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość</li> </ul> </li> </ul>                                                                           | II.11 | + |   |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• w kontekście praktycznym oblicza: <ul style="list-style-type: none"> <li>– drogę przy danych prędkości i czasie,</li> <li>– prędkość przy danych drodze i czasie,</li> <li>– czas przy danych drodze i prędkości</li> </ul> </li> <li>• stosuje jednostki prędkości: km/h oraz m/s</li> </ul> | II.12 |   |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje obliczenia pieniężne związane z codziennymi wydatkami, budżetem, oszczędzaniem, wymianą walut i porównywaniem cen</li> <li>• interpretuje dokumenty z jednostkami miar i cenami – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b></li> </ul>                                                      | II.13 | + |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje proste aplikacje i narzędzia cyfrowe do rozwiązywania problemów związanych z pomiarami i przeliczaniem jednostek</li> </ul>                                                                                                                                                           | II.14 |   | + |   |
| Algebra | <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wielkości oraz zależności między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>                                                                                                                                 | III.1 |   |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości prostych wyrażeń algebraicznych w sytuacjach niewymagających skomplikowanych rachunków oraz porównuje, analizuje i interpretuje otrzymane wyniki</li> </ul>                                                                                                                  | III.2 |   |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe</li> </ul>                                                                                                                                                                                                      | III.3 |   | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• układa równania na podstawie informacji podanych w zadaniu</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                         | III.4 |   |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania</li> </ul>                                                                                                                                                                            | III.5 |   |   | + |
| Figury  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                      | IV.1  | + |   |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje, nazywa i rysuje kąty</li> <li>• rozróżnia kąt ostry, prosty, rozwarty, półpełny, pełny, wklęsły i wypukły</li> <li>• wskazuje wierzchołek i ramiona kąta</li> </ul>                                                                                                               | IV.2  |   | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje oraz rysuje proste i odcinki: <ul style="list-style-type: none"> <li>– prostopadłe, w tym na kartce w kratkę</li> <li>– równoległe, w tym na kartce w kratkę</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                | IV.3  | + |   |   |
|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |       | + |   |   |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                      |       |   |   |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i stosuje własności kątów: <ul style="list-style-type: none"> <li>– przyległych i wierzchołkowych</li> <li>– odpowiadających i naprzemianległych</li> </ul> </li> </ul>                                                          | IV.4  |   | + | + |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje, nazywa i rysuje wielokąty, wskazuje ich wierzchołki i kąty wewnętrzne, boki, przekątne</li> </ul>                                                                                                                               | IV.5  | + |   |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje, nazywa i rysuje koło i okrąg</li> <li>• w kole i okręgu wskazuje środek, promień, średnicę, cięciwę, rysuje cięciwę koła i okręgu, a także (przy danym środku) promień i średnicę</li> </ul>                                    | IV.6  | + |   | + |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje, nazywa, rysuje trójkąt ostrokątny, prostokątny i rozwartokątny oraz różnoboczny, równoramienny i równoboczny</li> </ul>                                                                                                         | IV.7  |   | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o sumie miar kątów: <ul style="list-style-type: none"> <li>– w trójkącie</li> <li>– w czworokącie</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                | IV.8  |   | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje ramiona trójkąta równoramiennego</li> <li>• korzysta z równości: <ul style="list-style-type: none"> <li>– kątów przy podstawie trójkąta równoramiennego</li> <li>– równości ramion trójkąta równoramiennego</li> </ul> </li> </ul> | IV.9  |   | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• konstruuje trójkąt o podanych bokach</li> <li>• ustala możliwość zbudowania trójkąta o danych długościach boków</li> </ul>                                                                                                                  | IV.10 |   | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i nazywa czworokąty</li> <li>• rysuje kwadrat, prostokąt</li> <li>• rysuje romb, równoległobok, trapez, w tym trapez równoramienny i prostokątny</li> <li>• stosuje własności czworokątów</li> </ul>                             | IV.11 | + | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i rysuje figury osiowosymetryczne</li> <li>• wskazuje i rysuje osie symetrii figury</li> </ul>                                                                                                                                   | IV.12 | + | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i rysuje wysokości: <ul style="list-style-type: none"> <li>– w trójkącie</li> <li>– w równoległoboku</li> <li>– w trapezie</li> </ul> </li> </ul>                                                                                | IV.13 |   | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole kwadratu, prostokąta</li> <li>• oblicza pole trójkąta, rombu, równoległoboku, trapezu</li> <li>• oblicza pola figur, które można zbudować z poznanych wielokątów</li> </ul>                                                    | IV.14 | + | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza obwód wielokąta o podanych długościach boków</li> </ul>                                                                                                                                                                             | IV.15 | + |   |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych punkty o podanych współrzędnych całkowitych</li> <li>• odczytuje współrzędne punktów kratowych zaznaczonych w układzie współrzędnych</li> </ul>                                                           | IV.16 |   |   | + |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych, których pierwsze lub drugie współrzędne są takie same</li> </ul>                                                                                                                | IV.17 |   |   | + |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje: <ul style="list-style-type: none"> <li>– ostrosłup</li> <li>– graniastosłup, w tym prostopadłościan i sześcian</li> <li>– walec, stożek i kulę</li> </ul> </li> </ul>                                                           | IV.18 | + | + |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje wierzchołki, krawędzie, ściany boczne i podstawy: <ul style="list-style-type: none"> <li>– graniastosłupów</li> <li>– ostrosłupów</li> </ul> </li> </ul>                                                                           | IV.19 |   | + |   |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |       |   |   |   |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---|---|---|
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje i rysuje siatkę: <ul style="list-style-type: none"> <li>– graniastopu prostego, w tym sześcianu</li> <li>– ostrostopu prawidłowego czworokątnego lub trójkątnego</li> </ul> </li> <li>• wykonuje model: <ul style="list-style-type: none"> <li>– graniastopu prostego z podanej lub samodzielnie stworzonej siatki</li> <li>– ostrostopu z podanej lub samodzielnie stworzonej siatki</li> </ul> </li> </ul>                                                                                            | IV.20 |   | + |   |
|                       | • oblicza pole powierzchni prostopadłości                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | IV.21 |   |   | + |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość: <ul style="list-style-type: none"> <li>– prostopadłości o podanych długościach jego krawędzi</li> <li>– bryły zbudowanej z kilku prostopadłości</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | IV.22 |   | + | + |
| Dane                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretuje dane przedstawione w tekście oraz za pomocą tabel, diagramów i wykresów, w tym wykresów wykonanych za pomocą linii ciągłej</li> <li>• porównuje ceny, koszty i wydatki przedstawione w tabelach, na wykresach lub paragonach – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b></li> </ul>                                                                                                                                                                                                                          | V.1   | + |   |   |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza proste badania statystyczne: zbiera dane, zapisuje je w uporządkowanej formie</li> <li>• przedstawia wnioski wynikające z zebranych informacji</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | V.2   |   |   | + |
|                       | • oblicza średnią arytmetyczną przy opisie zjawisk z życia codziennego                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | V.3   |   | + |   |
|                       | • interpretuje dane dotyczące wydatków, oblicza ich średnią wartość oraz formułuje wnioski dotyczące opłacalności różnych rozwiązań – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | V.4   |   | + |   |
| Myślenie matematyczne | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje ogólne metody rozwiązywania problemów matematycznych, w tym: <ul style="list-style-type: none"> <li>– zapisuje związki między danymi w zadaniu, np. za pomocą rysunku, diagramu lub innego skrótowego sposobu przedstawiania danych</li> <li>– tworzy strategię rozwiązania problemu poprzez dzielenie rozwiązania na etapy</li> <li>– ocenia sensowność rozwiązania, np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku</li> </ul> </li> </ul> | VI.1  | + |   |   |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyjaśnia swój sposób myślenia przy rozwiązywaniu problemu matematycznego, w tym: <ul style="list-style-type: none"> <li>– opowiada o swoim sposobie rozwiązania zadania</li> <li>– podaje argumenty uzasadniające kolejne kroki rozwiązania</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                 | VI.2  | + |   |   |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• prowadzi rozumowania matematyczne, w tym: <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady obiektów matematycznych spełniających dane warunki oraz obiektów ich niespełniających</li> <li>– stosuje metodę prób i poprawek</li> <li>– rozważa wszystkie przypadki</li> <li>– używa rozumowania proporcjonalnego, także jako metody ułatwiającej mnożenie i dzielenie</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                               | VI.3  | + |   |   |

## Klasy 7–8

### Oznaczenia stosowane w poniższej tabeli:

W kolumnie „Punkt podstawy programowej” numery rzymskie (np. I.\_\_\_\_) oznaczają odniesienia do działu podstawy programowej dla klas 7–8, natomiast numery arabskie (np. \_\_\_\_1) – do punktów tej podstawy dla danego działu.

W kolumnie „Klasa” znak „+” oznacza, że wymienione wymagania pojawiają się w danej klasie po raz pierwszy (w szczególności wymagane są na końcu danego roku szkolnego). Osiągnięcia z niższych klas są dalej ćwiczone i obowiązują także w klasach wyższych.

| Dział programu nauczania | Wymagania szczegółowe Uczeń:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Punkt podstawy programowej | Klasa |   |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------|---|
|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                            | 7     | 8 |
| Liczby                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• prowadzi obliczenia i rozumowania, w których korzysta z zapisu procentowego, w tym oblicza: <ul style="list-style-type: none"> <li>– jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> <li>– podany procent danej liczby</li> <li>– liczbę na podstawie danego jej procentu</li> </ul> </li> </ul>                                                                | I.1                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym finansowym, takie jak obliczanie: cen po podwyżkach lub obniżkach oraz cen przed tymi zmianami, odsetek dla rocznej lokaty, kosztów kredytu, wysokości podatków – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b></li> </ul>                                                             | I.2                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                | I.3                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                          | I.4                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności działań na potęgach o podstawach naturalnych i wykładnikach całkowitych, w tym: <ul style="list-style-type: none"> <li>– mnoży i dzieli potęgi o takich samych podstawach</li> <li>– mnoży i dzieli potęgi o takich samych wykładnikach</li> <li>– podnosi potęgę do potęgi</li> </ul> </li> </ul>                                                 | I.5                        |       |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje liczby w notacji wykładniczej</li> <li>• porównuje liczby zapisane w notacji wykładniczej</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                        | I.6                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych</li> <li>• oblicza przybliżone wartości pierwiastków z innych liczb za pomocą kalkulatora</li> </ul>                                                                                                                             | I.7                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• szacuje wartość prostego wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                               | I.8                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności działań na pierwiastkach dla pierwiastków kwadratowych i sześciennych, w tym: <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza pierwiastki z iloczynu i ilorazu dwóch liczb</li> <li>– mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia</li> <li>– wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka</li> </ul> </li> </ul> | I.9                        | +     |   |
|                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje zależności wprost proporcjonalne</li> <li>• stosuje zależności wprost proporcjonalne do wyznaczania wartości jednej wielkości na podstawie drugiej</li> </ul>                                                                                                                                                                                             | I.10                       | +     |   |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |       |   |   |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---|---|
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje podział proporcjonalny na dwie lub trzy części w kontekście praktycznym</li> </ul>                                                                                                                                                                                                    |       | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających dwukrotnego wyboru</li> </ul>                                                                                                                                                                                         | I.11  |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>używa kalkulatora i aplikacji komputerowych do wykonywania obliczeń przy rozwiązywaniu problemów osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>                                                                                                                                                    | I.12  | + |   |
| Algebra | <ul style="list-style-type: none"> <li>tworzy wyrażenia algebraiczne, także wyrażenia dwóch zmiennych</li> <li>opisuje związki między wielkościami przedstawionymi w zadaniu oraz używa ich do rozwiązywania zadań, w tym osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>                                                                  | II.1  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, będącego sumą co najwyżej trzech jednomianów, dla podanych całkowitych wartości zmiennych</li> </ul>                                                                                                                                            | II.2  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>porządkuje jednomiany i redukuje wyrazy podobne w sumach algebraicznych</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                 | II.3  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>dodaje i odejmuje sumy algebraiczne składające się z kilku jednomianów o współczynnikach całkowitych</li> </ul>                                                                                                                                                                                    | II.4  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży jednomian przez sumę algebraiczną co najwyżej trzech jednomianów o współczynnikach całkowitych</li> </ul>                                                                                                                                                                                    | II.5  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej złożonej z dwóch jednomianów o współczynnikach całkowitych</li> </ul>                                                                                                                                                                           | II.6  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>mnoży przez siebie dwa dwumiany o współczynnikach całkowitych</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                           | II.7  |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych i fizycznych</li> </ul>                                                                                                                                                                                         | II.8  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba całkowita jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą</li> </ul>                                                                                                                                                          | II.9  | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba wymierna jest rozwiązaniem równania stopnia pierwszego</li> </ul>                                                                                                                                                                                                        | II.10 | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania pierwszego stopnia, a także równania, które dają się w prosty sposób sprowadzić do równania pierwszego stopnia</li> </ul>                                                                                                                                                      | II.11 | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą: <ul style="list-style-type: none"> <li>równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą</li> <li>dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, które dają się w prosty sposób sprowadzić do jednego równania pierwszego stopnia</li> </ul> </li> </ul> | II.12 | + |   |
| Figury  | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje na rysunku i rysuje: <ul style="list-style-type: none"> <li>symetralną odcinka, posługuje się jej własnościami</li> <li>dwusieczną kąta, posługuje się jej własnościami</li> </ul> </li> </ul>                                                                                          | III.1 |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje figury: <ul style="list-style-type: none"> <li>osiowosymetryczne, wskazuje ich osie symetrii</li> <li>środkowosymetryczne, wskazuje ich środek symetrii</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                          | III.2 |   | + |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                     | III.3 | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>dostrzega trójkąty prostokątne w różnych sytuacjach geometrycznych</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                      | III.4 | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie Pitagorasa</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                          |       | + |   |
|         | <ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności trójkątów: <ul style="list-style-type: none"> <li>prostokątnych</li> <li>prostokątnych o kątach ostrych 30° i 60°</li> <li>prostokątnych równoramiennych</li> </ul> </li> </ul>                                                                                               | III.5 | + |   |

|      |                                                                                                                                                                                                                                     |        |   |   |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|---|---|
|      | • stosuje cechy przystawania trójkątów                                                                                                                                                                                              | III.6  |   | + |
|      | • oblicza:<br>– długość okręgu<br>– pole koła                                                                                                                                                                                       | III.7  |   | + |
|      |                                                                                                                                                                                                                                     |        |   | + |
|      | • dzieli wielokąty na części lub dostrzega figury jako części innej figury w celu obliczania, porównywania lub szacowania pól oraz dostrzegania innych zależności                                                                   | III.8  | + |   |
|      | • rozwiązuje problemy dotyczące rzeczywistych obiektów, które dają się przedstawić za pomocą modelu geometrycznego, również w sytuacji wymagającej koniecznych uproszczeń                                                           | III.9  | + |   |
|      | • rysuje w układzie współrzędnych wielokąty o wierzchołkach w punktach kratowych                                                                                                                                                    | III.10 |   | + |
|      | • oblicza pola i obwody:<br>– trójkątów o wierzchołkach w punktach kratowych<br>– czworokątów o wierzchołkach w punktach kratowych                                                                                                  | III.11 | + | + |
|      |                                                                                                                                                                                                                                     |        | + | + |
|      | • rozpoznaje:<br>– graniastosłupy proste i prawidłowe<br>– ostrosłupy prawidłowe                                                                                                                                                    | III.12 | + | + |
|      | • wskazuje:<br>– wysokości ścian bocznych ostrosłupa<br>– wysokość ostrosłupa                                                                                                                                                       | III.13 |   | + |
|      |                                                                                                                                                                                                                                     |        |   | + |
|      | • oblicza pola powierzchni i objętości:<br>– graniastosłupów prostych<br>– ostrosłupów prawidłowych                                                                                                                                 | III.14 | + | + |
| Dane | • pozyskuje i selekcjonuje dane z różnych źródeł, porządkuje je i ocenia ich wiarygodność                                                                                                                                           | IV.1   |   | + |
|      | • dobiera sposób przedstawienia danych ułatwiający ich analizę, posługuje się odpowiednimi aplikacjami komputerowymi                                                                                                                | IV.2   |   | + |
|      | • interpretuje zależność między dwiema wielkościami opisaną za pomocą wykresu, przykładowo zmianę pewnej wielkości w czasie (np. przebyta droga, wysokość wynagrodzeń, koszty życia, inflacja) – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b> | IV.3   |   | + |
|      | • w kontekście praktycznym do porównania zestawów danych, w tym danych finansowych, stosuje:<br>– średnią arytmetyczną<br>– medianę – <b>moduł ekonomiczno-finansowy</b>                                                            | IV.4   |   | + |
|      |                                                                                                                                                                                                                                     |        |   | + |
|      | • krytycznie interpretuje dane, w tym dane finansowe, wyciąga z nich wnioski i uzasadnia je, odwołując się do własności zestawu danych                                                                                              | IV.5   |   | + |
|      | • przeprowadza proste doświadczenia losowe polegające przykładowo na jednokrotnym lub dwukrotnym rzucie monetą lub kostką do gry oraz na losowaniu kuli spośród zestawu kul                                                         | IV.6   |   | + |
|      | • analizuje doświadczenia losowe                                                                                                                                                                                                    |        |   | + |
|      | • określa prawdopodobieństwo rozważanych zdarzeń                                                                                                                                                                                    |        |   | + |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |     |   |  |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|---|--|
| Myślenie matematyczne | <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje ogólne metody rozwiązywania problemów matematycznych, w tym:               <ul style="list-style-type: none"> <li>– zapisuje związki między danymi występującymi w zadaniu w sposób ułatwiający analizę problemu</li> <li>– analizuje swoje rozwiązanie problemu i – jeśli to możliwe – upraszcza rozwiązanie</li> <li>– stawia dodatkowe pytania wynikające z otrzymanego rozwiązania</li> <li>– dostrzega podobieństwa między metodami rozwiązywania różnych problemów matematycznych</li> </ul> </li> </ul> | V.1 | + |  |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyjaśnia swój sposób myślenia przy rozwiązywaniu problemu matematycznego przez:               <ul style="list-style-type: none"> <li>– podawanie argumentów matematycznych uzasadniających kolejne kroki rozumowania</li> <li>– budowanie uzasadnienia odwołującego się tylko do niezbędnych argumentów</li> <li>– formułowanie wniosków wynikających z rozumowania</li> </ul> </li> </ul>                                                                                                                             | V.2 | + |  |
|                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• prowadzi rozumowania matematyczne, wykazując przy tym umiejętność:               <ul style="list-style-type: none"> <li>– odróżniania twierdzenia od twierdzenia odwrotnego</li> <li>– stosowania nieskomplikowanych jednokrokowych rozumowań nie wprost,</li> <li>– uogólniania zaobserwowanych przypadków szczególnych</li> <li>– uzasadniania, np. przez podanie kontrprzykładu, że dana własność nie zachodzi</li> </ul> </li> </ul>                                                                               | V.3 | + |  |

## 4. Procedury osiągnięcia celów edukacyjnych

Poza typowymi metodami pracy, takimi jak wspólne, indywidualne czy grupowe rozwiązywanie zadań rachunkowych, tekstowych i geometrycznych, proponujemy kilka sposobów pozwalających pracować bardziej efektywnie i lepiej zrozumieć omawiany materiał.

### Ćwiczenia aktywizujące uczniów

Aby osiągnąć dobre wyniki kształcenia i uniknąć znużenia uczniów, warto stosować różnorodne metody i formy pracy. Na lekcjach matematyki w szkole podstawowej głównym zadaniem jest kształcenie rozumienia pojęć oraz ćwiczenie umiejętności, dlatego metody podające nie mają tu większego zastosowania. Koncentrujemy się zatem na metodach aktywizujących uczniów.

W zależności od działu programowego aktywność uczniów może polegać na:

- wykonywaniu rysunków i modeli figur,
- odnajdowaniu przykładów modeli pojęć geometrycznych w swoim otoczeniu,
- czynnościach manualnych mających na celu utrwalenie zrozumienia pojęć geometrycznych i arytmetycznych,
- uczestniczeniu w grach pozwalających ćwiczyć sprawność rachunkową,
- uczestniczeniu w grach utrwalających wprowadzane pojęcia,
- wykonywaniu dokładnych i szacunkowych pomiarów obiektów ze swojego otoczenia,
- rozumowaniu opartym na czytaniu i analizie różnorodnych źródeł informacji.

### Aktywizujące i czynnościowe ćwiczenia wprowadzające do tematu

Proponujemy, aby tego rodzaju ćwiczenia (w grupach, parach lub indywidualnie) rozpoczynały lekcje, zwłaszcza lekcje wprowadzające nowe zagadnienia. Pozwoli to:

- utrwalić wcześniej nabyte umiejętności, potrzebne przy nowym zagadnieniu,
- ćwiczyć sprawność rachunkową,
- wprowadzić uczniów w nowe zagadnienia,
- wykonywać konkretne czynności związane z danym tematem.

Oto przykłady takich ćwiczeń:

- Powtarzanie umiejętności i ćwiczenie sprawności rachunkowej.

Nauczyciel podnosi do góry dwa kartoniki z cyframi tworzącymi liczbę dwucyfrową, np. 54. Każdy uczeń podnosi do góry dwa kartoniki z liczbami od 0 do 9, których iloczyn jest równy 54 (czyli 6 i 9). Nauczyciel łatwo może się zorientować w sprawności rachunkowej uczniów i sprawdzić ich znajomość tabliczki mnożenia.

- Wprowadzanie nowych zagadnień.

Uczeń korzysta z ilustracji jabłek pociętych na ćwiartki. Bierze określoną liczbę pionków i układa po jednym na ćwiartce. W ten sposób przekonuje się, że np. 7 ćwiartek to 1 całe jabłko i  $\frac{3}{4}$  jabłka, do czego możemy się odwołać w czasie lekcji o ułamkach niewłaściwych i liczbach mieszanych.

- Wykonywanie czynności konkretnych.

Oto przykład. Z patyczków i plasteliny uczeń buduje model prostopadłościanu, którego będzie następnie używał podczas lekcji. Abstrakcyjne pojęcia wierzchołków i krawędzi zyskują w ten sposób konkretne modele.

W klasach 7–8 nadal można wykonywać czynności konkretne (np. mierzyć obwód okrągłych przedmiotów przed wprowadzeniem wzoru na długość okręgu). Jednak na tym etapie rozwoju intelektualnego coraz częściej punktem wyjścia do poznania nowych zagadnień może być zagadka, problem z życia codziennego czy sytuacja przedstawiona na ilustracji.

### **Zadania wielopoziomowe**

Podczas ćwiczenia podstawowych umiejętności proponujemy wykorzystywanie zadań pozwalających każdemu uczniowi na pracę we własnym tempie. Zadanie takie składa się z wielu przykładów podzielonych na różne poziomy trudności. Uczeń rozwiązuje podaną liczbę przykładów z danego poziomu i sprawdza wyniki. Jeżeli rozwiązał te przykłady poprawnie, przechodzi na wyższy poziom. Jeśli się pomylił, szuka błędu, a później rozwiązuje kolejną porcję przykładów z tego samego poziomu. Oto przykład podziału nowej umiejętności na poziomy:

- zapisywanie twierdzenia Pitagorasa przy różnych oznaczeniach boków,
- obliczanie długości przeciwprostokątnej,
- obliczanie długości przyprostokątnej,
- obliczanie długości boku na podstawie rysunku (należy stwierdzić, czy jest to przeciwprostokątna, czy przyprostokątna),
- kilkukrotne skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa.

W ten sposób uczeń, który szybciej opanowuje dane zagadnienie, nie nuży się rozwiązywaniem zadań dla niego zbyt prostych i szybko dochodzi do najtrudniejszych. Natomiast uczeń potrzebujący więcej czasu na opanowanie nowej umiejętności ma wystarczająco dużo czasu, aby utrwalić kolejne kroki w nowo poznawanym algorytmie. Dzięki temu nie staje przed zadaniem przekraczającym jego możliwości. W dodatku długi proces zdobywania nowej umiejętności zostaje rozbity na kilka kroków stosunkowo łatwych do pokonania. Z kolei gdy rozwiązanie zadań na jednym z poziomów jest zbyt trudne, uczeń może łatwo znaleźć w podręczniku przykład tłumaczący odpowiednie zagadnienie, a jeśli i to nie pomoże – nauczyciel otrzymuje precyzyjną informację, który element wymaga dodatkowego wsparcia.

## **Ćwiczenia elementarnych umiejętności**

W nauczaniu matematyki na poziomie szkoły podstawowej dużą rolę odgrywa kształcenie umiejętności rachunkowych. Trzeba pamiętać, że do sprawnego wykonywania działań pisemnych, działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych oraz wszelkich bardziej skomplikowanych rachunków niezbędna jest nie tylko umiejętność wykonywania rachunków prostszych, lecz także umiejętność wykonywania ich sprawnie i szybko. Uczeń powinien nie tylko znać tabliczkę mnożenia, lecz także szybko i bezbłędnie przypominać sobie odpowiednie iloczyny, a także rozkładać liczby na iloczyny mniejszych liczb, korzystając z tabliczki mnożenia. Im szybciej potrafi bezbłędnie wykonywać najprostsze rachunki, tym szybciej będzie wykonywał bardziej złożone obliczenia.

Dobłą metodą na osiągnięcie sprawności rachunkowej jest wielokrotne powtarzanie prostych ćwiczeń, takich jak mnożenie zadanej liczby jednocyfrowej przez liczby jednocyfrowe ustawione w losowej kolejności (do losowania mogą służyć kartoniki z liczbami 0–9).

## **Zadania tekstowe**

Podczas rozwiązywania takich zadań należy zwrócić uwagę nie tylko na stronę rachunkową, ale przede wszystkim na czytanie ze zrozumieniem tekstu zadania. Zadania powinny być na ogół tak sformułowane, aby nie było możliwe mechaniczne ich rozwiązanie metodą „omawiamy dodawanie, więc trzeba dodać liczby występujące w zadaniu”. Warto przedstawiać część informacji w formie rysunku, diagramu, mapy, wierszyka itp., co pozwala ćwiczyć umiejętność czytania różnych rodzajów tekstu i wyszukiwania w nim potrzebnych informacji.

Przynajmniej niektóre zadania powinny dawać możliwość rozwiązania wieloma sposobami. Dotyczy to zarówno arytmetyki w klasach 4–6, jak i zadań z wykorzystaniem równań w klasach 7–8. Uczeń powinien zrozumieć, że nawet jeśli za niewiadomą przyjął inną wielkość niż kolega albo nauczyciel, to nie znaczy, że jego rozwiązanie jest gorsze.

Zadania tekstowe pozwalają też wzbogacać słownictwo uczniów oraz sięgać do różnych dziedzin wiedzy, np. historii, biologii, geografii. W ten sposób rozszerzamy wiedzę ucznia i jego zainteresowania.

## **Doświadczenia edukacyjne**

Doświadczenia edukacyjne to nowy element pojawiający się w podstawie programowej. Nie chodzi tu jednak o doświadczenia w sensie eksperymentów, ale o zdobywanie doświadczeń.

W przypadku matematyki doświadczenia edukacyjne mają w większości formę grupowego lub indywidualnego projektu, czasami dość szczegółowo opisanego w podstawie programowej (np. plan albo model pomieszczenia lub terenu), a czasami określonego tam w sposób ogólny (np. interdyscyplinarny problem z życia codziennego).

W programie *Klucz do matematyki* proponujemy stopniowe przygotowanie uczniów do pracy metodą projektu. W klasie 4 ilość pracy do wykonania będzie ograniczona, tak aby można było ją wykonać na lekcji. Uczniowie będą także mieli podane niezbędne informacje, z których będą wybierać potrzebne dane. W kolejnych klasach stopień zaawansowania i samodzielności rośnie.

## **Gry edukacyjne**

Gry edukacyjne mają podobne zalety jak opisane wyżej ćwiczenia czynnościowe. Pozwalają ćwiczyć wybrane umiejętności matematyczne w sposób bardziej atrakcyjny dla uczniów, a przy odpowiednim doborze gry – także bardziej efektywny.

Trzeba jednak pamiętać, że rywalizacja może powodować problemy wychowawcze. Często też nie zachęca do pracy, gdyż wynik rozgrywki pomiędzy uczniami o zróżnicowanym poziomie jest zazwyczaj do przewidzenia.

Aby uniknąć tych problemów, proponujemy kilka rozwiązań:

- gry kooperacyjne (w których wszyscy gracze wspólnie wygrywają lub wszyscy wspólnie przegrywają, zamiast grać przeciwko sobie),
- dobieranie przeciwników o podobnym poziomie umiejętności,
- gry z elementem losowym, który może zdecydować o przewadze ucznia o mniejszych umiejętnościach.

### Środki dydaktyczne

Podstawowym środkiem dydaktycznym dla ucznia jest podręcznik. Warto także korzystać z zeszytu ćwiczeń i zbioru zadań.

Nauczyciel może korzystać z podręcznika w wersji elektronicznej, co umożliwia wyświetlanie jego fragmentów na tablicy multimedialnej, wskazywanie odpowiednich miejsc, a także podkreślanie, uzupełnianie rysunków itd.

Na lekcjach matematyki uczeń będzie korzystać z typowych pomocy szkolnych: linijki, ekierki, kątomierza, cyrkla, kolorowych ołówków, kleju, nożyczek itp. Niekiedy potrzebny będzie prosty kalkulator (przynajmniej jeden na każdą ławkę).

Proste pomoce do gier matematycznych i ćwiczeń, np. karty z cyframi, uczniowie mogą wykonać samodzielnie. Nauczyciel może je także przygotować dla klasy za pomocą komputera z drukarką lub kserografu.

W pracy dydaktycznej można także korzystać z komputerów. Może to nie tylko uatrakcyjnić naukę, lecz także zwiększyć jej efektywność. Uczniowie mogą posługiwać się komputerami zarówno w czasie lekcji, jak i – w miarę możliwości – w domu. Warto także korzystać z niektórych aplikacji edukacyjnych na telefon komórkowy. Rozwiązaniem optymalnym wydaje się zapoznanie uczniów z edukacyjnymi programami komputerowymi w szkole i kontynuacja pracy na komputerach domowych.

## 5. Zakładane osiągnięcia uczniów.

### Kontrola, ocena i pomiar osiągnięć

#### Ogólny opis osiągnięć

Ogólny opis planowanych osiągnięć ucznia podajemy z podziałem na poszczególne poziomy. Ułatwi to nauczycielom określenie szczegółowych wymagań na poszczególne oceny, zgodnie z realiami danej szkoły i przyjętym systemem oceniania. Na każdym poziomie obowiązują także wszystkie wymagania z poziomów niższych.

Na poziomie **koniecznym** uczeń:

- wykonuje zwykle poprawnie działania arytmetyczne niezłożone rachunkowo (zwłaszcza przy nowo poznanych metodach obliczeń wymagamy tylko najprostszych przykładów),
- rozwiązuje najprostsze zadania tekstowe, łatwe zarówno pod względem złożoności tekstu, jak i złożoności obliczeń,

- rozumie najważniejsze pojęcia matematyczne, konieczne do formułowania i rozwiązywania prostych zadań,
- wykonuje rysunki prostych figur geometrycznych, dokonuje pomiarów długości,
- rozwiązuje najprostsze zadania geometryczne.

Na poziomie **podstawowym** uczeń:

- wykonuje na ogół poprawnie działania arytmetyczne niezbyt złożone rachunkowo,
- rozwiązuje proste zadania tekstowe,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je w prostych przypadkach,
- wykonuje rysunki figur geometrycznych; posługuje się cyrkiem, linijką, ekierką i kątomierzem,
- wykonuje i czyta rysunki przestrzenne, odpowiada na ich podstawie na proste pytania,
- rozwiązuje proste zadania geometryczne.

Na poziomie **rozszerzonym** uczeń:

- sprawnie wykonuje działania arytmetyczne, także bardziej złożone rachunkowo, rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje typowe zadania tekstowe,
- rozumie i stosuje pojęcia matematyczne,
- wykonuje rysunek potrzebny do rozwiązania zadania geometrycznego, także bardziej złożonego, i na jego podstawie rozwiązuje zadanie.

Na poziomie **dopełniającym** uczeń:

- sprawnie i niemal bezbłędnie wykonuje działania arytmetyczne, także nowo poznane, bardzo rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe, wyszukując dane w złożonym tekście,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je też w nietypowych sytuacjach,
- rysuje figury geometryczne o zadanych własnościach,
- odpowiada na pytania dotyczące figur przestrzennych na podstawie rysunków lub siatek,
- w niektórych wypadkach samodzielnie znajduje metodę rozwiązania zadania,
- rozwiązuje trudniejsze zadania geometryczne.

Poziom **wykraczający** obejmuje rozwiązywanie nietypowych, trudnych zadań, wymagających oryginalnego podejścia i rozumowania. Nie zachęcamy natomiast, aby od uczniów, którzy szybko opanowują dany materiał, wymagać wiadomości i umiejętności z wyższych klas. W przypadku takich uczniów najważniejsza jest nauka logicznego i twórczego myślenia, a to można ćwiczyć na elementarnym materiale.

## Ocena osiągnięć

Zgodnie z obowiązującymi przepisami każda szkoła ma własny wewnętrzny system oceniania. W swojej pracy uwzględnia go również nauczyciel matematyki. W tej części programu przedstawiamy propozycje, które można wykorzystać, dostosowując je do przyjętego WSO.

Ocenianie jest jedną z ważnych czynności nauczyciela. Trzeba jednak pamiętać, że nie jest ono celem samym w sobie, nie jest również zakończeniem procesu nauczania. Wręcz przeciwnie, powinno służyć ukierunkowaniu dalszej pracy zarówno z całą klasą, jak i z każdym uczniem z osobna.

Uczniowie często traktują ocenę tylko jako rodzaj nagrody lub kary. Takiego podejścia nie można całkowicie wyeliminować. Jeśli jednak nauczyciel będzie przedstawiał ocenę raczej jako diagnozę, również uczniowie stopniowo zrozumieją tę jej rolę.

Ocenie wystawionej w skali 1–6 powinien towarzyszyć komentarz przedstawiający mocne i słabe strony ucznia oraz zalecenia pozwalające ukierunkować jego dalszą pracę. Jest to ważne zwłaszcza w sprawdzianach pisemnych, bo oceniając odpowiedź ustną, nauczyciel może na bieżąco udzielić odpowiednich informacji i wyjaśnić popełnione błędy.

Nawet poprawnie rozwiązane zadania warto opatrzyć komentarzem ukierunkowującym dalszą pracę ucznia. Trzeba bowiem pamiętać, że naszym celem jest nie tylko opanowanie przez wszystkich uczniów podstawowych umiejętności, lecz także rozwój każdego ucznia na miarę jego możliwości. Oznacza to, że uczniowi, który jest gotowy do podejmowania dodatkowych wyzwań, należy wskazać drogę do zdobycia umiejętności ponadprogramowych.

Zwracając uwagę na znaczenie oceny dla ukierunkowania pracy ucznia, nie można zapominać, że podobną funkcję spełnia samoocena. Już od 4 klasy warto wdrażać uczniów do krytycznej refleksji nad własnymi umiejętnościami. Elementem samooceny jest wybór poziomu ćwiczeń odpowiedniego do umiejętności oraz analiza popełnianych błędów.

Na ocenę i docenienie przez nauczyciela zasługuje nie tylko osiągnięty stan wiedzy i umiejętności, lecz także ich przyrost. Uczeń, który poczynił duże postępy, powinien czuć się doceniony i nagrodzony, nawet jeśli nie osiągnął jeszcze wielkich sukcesów. Warto podkreślać różną rangę ocen. Praca klasowa ma inne znaczenie niż kartkówka. Nie można jednak zapominać, że ocena powinna motywować ucznia do systematycznej pracy, a więc musi uwzględniać także bieżące ćwiczenia.

W przypadku ćwiczeń związanych z budowaniem modeli i rysowaniem, ćwiczeń sprawności rachunkowej, szacowania, gier na początek lekcji itp. ocenie powinien podlegać nie tylko sam wynik, lecz przede wszystkim aktywność ucznia.

W programie zwracamy wielokrotnie uwagę na zadania pozwalające uczniowi samodzielnie wybrać poziom ćwiczeń odpowiedni do jego możliwości. W takich wypadkach nie można uzależniać oceny od wybranego poziomu. Zniweczyłoby to sens zadania: każdy uczeń próbowałby rozwiązywać przykłady najtrudniejsze mimo braku prostszych umiejętności. Możemy natomiast oceniać rozwiązanie zadań na wybranym poziomie, aktywność uczniów, a także postęp w stosunku do wcześniejszych umiejętności.

## 6. Edukacja włączająca

Zindywidualizowane podejście do każdego ucznia w licznej i bardzo zróżnicowanej klasie jest trudne. Dlatego proponujemy wykorzystanie zadań wielopoziomowych, które pozwolą każdemu uczniowi pracować we własnym tempie i ćwiczyć umiejętności na właściwym dla niego poziomie. Problem ten szczegółowo omawiamy w rozdziale „Procedury osiągania celów edukacyjnych”.

Pozostałe zadania będą miały oznaczony poziom trudności, który pozwoli dobrać właściwe przykłady dla poszczególnych uczniów.

W niektórych lekcjach proponujemy zadania złożone z podpunktów o różnym stopniu trudności, ale o jednakowej odpowiedzi. Uczniowie rozwiązują takie zadanie w grupie, dzielą się przykładami, a jeśli uzyskali różne odpowiedzi, to wspólnie szukają błędów.

Także ćwiczenia czynnościowe mogą być rozwiązywane na różnym poziomie trudności.

Z kolei dla uczniów, którzy potrzebują dodatkowych wyzwań, przewidujemy trudniejsze, niestandardowe zadania, niewykraczające poza zakres materiału danej klasy, ale rozwijające rozumowanie matematyczne.

## Bibliografia

1. Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 11 marca 2026 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, Dz.U. RP 2026, poz. 378,  
<https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=WDU20260000378>
2. Szymczak A., Strzemieczna E. (red.), *Profil absolwenta i absolwentki. Droga do zmian w edukacji. Wersja zaktualizowana i uzupełniona. Etap I: przedszkola i szkoły podstawowe*, Instytut Badań Edukacyjnych – Państwowy Instytut Badawczy, Warszawa 2025, <https://ibe.edu.pl/pl/biblioteka-ibe/ibe-pib/3656-profil-absolwenta-i-absolwentki-droga-do-zmian-w-edukacji-wersja-zaktualizowana-i-uzupelniona-etap-i-przedszkola-i-szkoly-podstawowe>
3. Mietzel G., *Psychologia kształcenia*, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne, Gdańsk 2002
4. Szurek M., *O nauczaniu matematyki*, t. 1–8, Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, Gdańsk 2006
5. Sternberg R.J., *Cognitive Psychology*, Harcourt Brace College Publishers, Fort Worth 1996